

基于时间序列的 GPS 定位误差分析

王毅¹ 赵建军² 付龙文³ 孙西艳³ 陈令新³

(¹ 海军航空工程学院研究生管理大队 烟台 264001; ² 海军航空工程学院兵器科学与技术系 烟台 264001; ³ 中国科学院烟台海岸带研究所 / 海岸带环境过程重点实验室 烟台 264003)

摘要 在现代海战的环境监测中,针对全球定位系统(GPS)的缺陷,采用时间序列分析的方法建立定位误差模型。首先将获得的数据进行平稳化处理,通过依据样本数据的自相关函数和偏相关函数的统计特性确定采用自回归滑动平均(ARMA)模型,然后根据参数的最小二乘估计和AIC准则建立ARMA(4,2)模型。通过对模型的残差分析,得出残差符合白噪声要求,与实际模型拟合程度较高,最后采用预报器对模型进一步预测,根据预报结果修正误差,明显提高了定位的精度。仿真结果表明了时间序列方法可以有效提高GPS的定位精度的有效性。

关键词 海洋监测;全球定位系统;时间序列;自回归滑动平均模型
中图分类号 TP39 **文献标识码** A

Analysis of GPS Positioning Error Based on Time Series

Wang Yi¹, Zhao Jianjun², Fu Longwen³, Sun Xiyan³, Chen Lingxin³

(¹Graduate Student's Brigade, Naval Aeronautic and Astronautical University, Yantai, 264001, China; ²Department of Ordnance Science and Technology, Naval Aeronautic and Astronautical University, Yantai, 264001, China; ³Key Laboratory of Coastal Zone Environmental Processes, CAS, Yantai Institute of Coastal Zone Research, Chinese Academy of Sciences, Yantai, 264003, China)

Abstract In modern naval battle environmental monitoring, the model of GPS dynamic position error is presented by using time series analysis for the defect of GPS. The error series was disposed to be stable firstly. Then the ARMA model was set up based on the statistical quality of auto correlation function and the partial correlation. After that, the time series method was used to make ARMA(4,2) model by parameter estimated and AIC criterion. After analyzed the residual errors, we can judge that the white noise is conform to the requirement and the model is conform to the real system. At last the model was predicted by one step predictor. The position precision can be improved by the predicted result used to revise error. The result of emulation showed that the position error data can be improved validity.

Key words Ocean monitoring; Global Positioning System(GPS); Time series; ARMA model

在现代海战的海洋环境监测中GPS以其全天候、全球覆盖、三维定速定时高精度、快速省时高效率等主要特点,为海洋环境监测提供了更精确、更专业、更可靠的定位、潮汐观测及水深测量等重要数据。

但是由于受到地形、天气、卫星分布等因素的影响,GPS定位一直不能获得较高的精度。目前提高GPS定位精度的方法主要有两种^[1,2]:一是采用差分技术,二是以接收机的定位误差为原始数据,建立误差模型,进行误差修正和预报。其中差分技术较为成熟,但这种技术至少需要使用2台GPS接收机,基准接收机需通过DGPS数据链把修正数传送给用户进行数据修改,实时性较差且易受干扰。

因此,通过对定位误差进行建模以自主方式提高GPS定位精度的方法就显得非常重要。在国内外

也有此类方法的研究:文献[3]研究发现GPS定位误差序列符合AR(2)模型;文献[4]分析误差发现GPS定位误差序列的最大隐含周期为10min;文献[5]利用“准ARMA”模型分析误差,是一种简化的分析方法;文献[6]建立了适合GPS误差一阶差分序列的AR(n)模型。文献[7]根据样本数据的统计特性建立了AR(10)模型。文献[8]从不同角度分析了误差情况,并建立了各自的误差模型。

在这些方法中建立的模型都是基于时间序列的AR模型,由于序列是一个AR过程。则模型参数的估计无论用最小二乘法还是利用尤利-沃克(Yule-Walker)方程的算法,都是简单地解线性方程组的问题,相对于ARMA模型,AR模型只有输出序列 x_t 时,其参数估计就是非线性优化问题,不仅无法保证得到最优解,而且算法复杂,计算量大。

收稿日期 2011-08-19

基金资助 山东省科技攻关计划项目(No 2008GG20005005);中国科学院“百人计划”项目

作者简介 王毅(1983-)男,山东烟台人,在读博士,研究方向:火力指挥与控制

通讯作者 赵建军 教授,博士生导师

本文以某型车载 GPS 所得北向定位数据为建模对象,采用时间序列的数据处理方式,首先进行了误差序列的平稳化处理,在此基础上建立 ARMA 模型并对模型进行分析,最后对误差序列进行一步预测来修正观测值,建立序列近似的、简化的数学模型,并将其应用于系统动态特性的描述、预测分析、系统干扰和误差补偿等方面。

1 数据处理

按照时间序列要求,系统建模时要求输入输出数据必须是平稳随机序列,即数据的统计特性与统计时间起点无关,且均值应为零。但在实际问题中,由于量测直接得到的数据是随机时间序列,往往带有噪声,包含有线性的或缓慢变化的趋势,因此必须对数据进行预处理,提取趋势项和周期项,获得平稳的随机序列后,然后再进行建模^[9]。

1.1 野点剔除

GPS 定位误差主要分为三部分:与卫星有关的误差,包括卫星星历误差、卫星星钟误差及相对论效应引起的误差;与信号传播有关的误差,包括电离层折射延迟和对流层折射延迟误差;与接收机有关的偏差包括接收机钟差、接收机位置误差和多路径效应误差。在 GPS 精确定位中,测量设备和数据设备的瞬间不稳,外界突然干扰、数据传输、人工操作等原因都会造成测量序列中个别数据的明显突跳,这在工程上常称为异常值或野点,因此必须先把野点剔除。比较常用的野点剔除方法是杜奇 (Tukey) 提出的 53H 法,其基本思想是产生一个曲线的平滑估计,然后把它从数据中减掉。该方案利用“中位数”是均值的鲁棒估计这个事实,具体方法如下:

(1) 从 $x(i)$ 构造一个新序列 $x'(1)$,方法是取 $x(1), \dots, x(5)$ 的中位数作为 $x'(3)$,然后舍去 $x(1)$ 加入 $x(6)$ 再取其中位数,依此类推,直到加入最后一个数据。换言之,总是在相邻的 5 个数据中择取中位数。显然, $x'(i)$ 的项数比真 $x(i)$ 项数少 4 项;

(2) 用类似的方法在 $x'(i)$ 的相邻的 3 个数据中择取中位数构成序列 $x''(i)$;

(3) 最后是由序列 $x''(i)$ 按如下方式构成序列:

$$x'''(i) = \frac{1}{4}x''(i-1) + \frac{1}{2}x''(i) + \frac{1}{4}x''(i+1) \quad (1)$$

(这是一个 Hanning 平滑滤波器)

分析序列 $x(i) - x'''(i)$,如果序列 $|x(i) - x'''(i)| > k$ (预订值) 则用一内插值代替 $x(i)$ 。

1.2 提取趋势项和周期项

将误差序列剔除野点后得到的随机序列 χ_i 大多数并不平稳,而是呈现出明显的趋势性。这就需要更一般的模型来描述,

表 1 模型相关函数的特性

	自回归(AR)模型	滑动平均(MA)模型	自回归滑动平均(ARMA)模型
自相关函数	拖尾性	截尾性	拖尾性
偏相关函数	截尾性	拖尾性	拖尾性

即取

$$\chi_i = \mu_i + y_i \quad (2)$$

其中 μ_i 表示 χ_i 中随时间变化的均值,它往往可以用多项式、指数函数、正弦函数等描述,而 y_i 表示零均值平稳过程,可以用 ARMA 模型拟合。做了这样的分解之后,我们就可以用处理平稳过程的方法来分析 y_i 了。

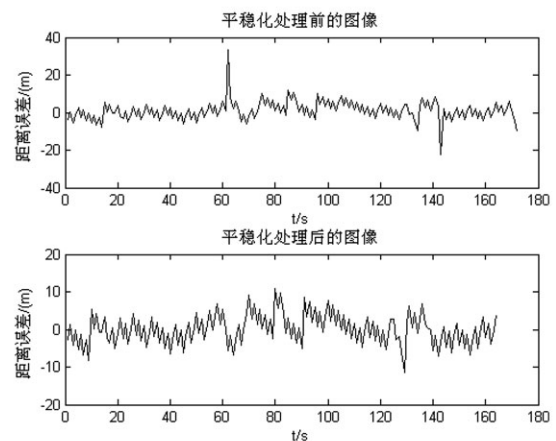


图 1 平稳化处理前后的误差序列对比

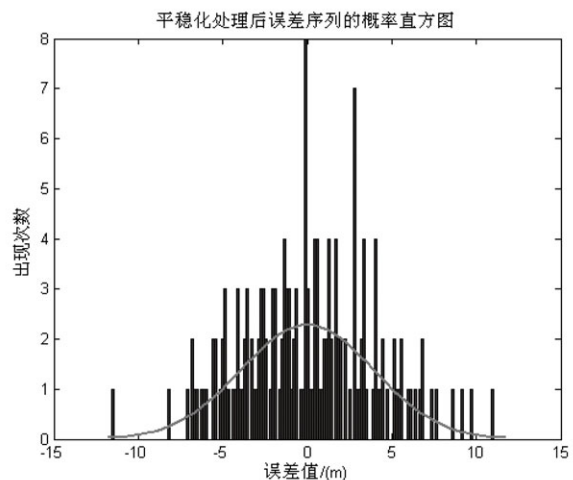


图 2 平稳化处理后的误差序列概率直方图

从图 1 和图 2 中可以看到,经过平稳化处理后的误差序列满足了平稳随机序列的要求,可以采用时间序列的方法进行建模。

2 随机序列建模

2.1 选择模型

对 GPS 误差序列建模首先要确定采用什么模型。根据时间序列的相关理论可知:如果一个时间序列是由某一类模型所生成,理论上它就应具有相应的统计特征。因此,可以计算出平稳时间序列的样本自相关函数和偏相关函数,将其特性与不同类型序列的理论自相关函数和偏相关函数的特性进行比较,进而判断出序列所适合的模型类型^[10]。

样本自相关函数 $\hat{\rho}_k$ 为:

$$\hat{\rho}_k = \gamma_k / \gamma_0 \quad (3)$$

其中 $\hat{\gamma}_k, k=0,1,\dots$ 为自协方差函数的估计值,计算方法为:

$$\hat{\gamma}_k = \frac{1}{N} \sum_{t=k+1}^N (x_{t-k} - \bar{x})(x_t - \bar{x}) \quad (4)$$

\bar{x} 为样本均值。

偏相关函数 $\hat{\phi}_{k,k}$ 可用 L-D 递推算法得到:

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_{1,1} &= \gamma_1 / \gamma_0, \\ \hat{\phi}_{k+1,k+1} &= (\gamma_{k+1} - \sum_{j=1}^k \gamma_{k+1-j} \phi_{k,j}) / (\gamma_0 - \sum_{j=1}^k \gamma_j \phi_{k,j}), \\ \hat{\phi}_{k+1,j} &= \phi_{k,j} - \phi_{k,k} \phi_{k+1,k+1-j}, 1 \leq j \leq k \end{aligned} \quad (5)$$

从图3和图4中可以看出,误差序列的自相关和偏相关函数均表现出拖尾性。因此,选择 ARMA(p,q) 模型进行建模。ARMA(p,q) 模型的定义为:设 $\{X_t, t=0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ 为零均值平稳序列,满足以下模型。

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \dots - \phi_p X_{t-p} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (6)$$

其中 a_t 为零均值白噪声, $Da_t = \sigma_a^2$ 。式(6)是一种自回归与滑动平均的混合模型,称为自回归滑动平均模型, p, q 称为阶数,记为 ARMA(p,q) 模型。

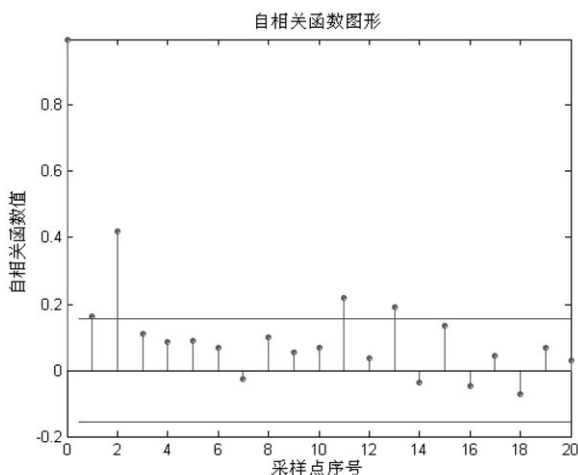


图3 误差序列的自相关函数图

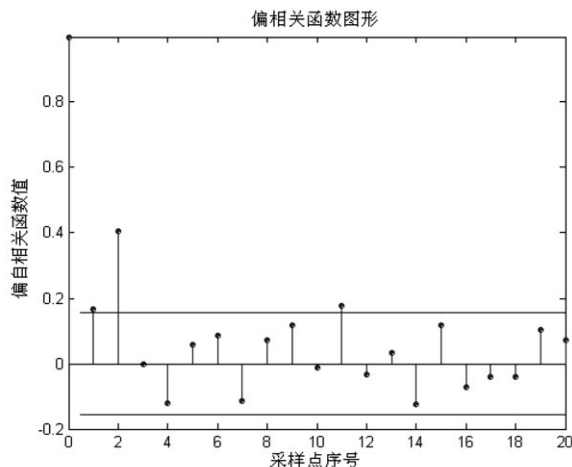


图4 误差序列的偏相关函数图

2.2 模型定阶

确定模型之后,需要确定模型的阶数 p, q , 对于模型阶数的确定采用 AIC 准则来确定。AIC 准则是日本统计学家赤池 (Akaike) 提出的关于模型中阶数估计的准则,其基本思想是:定义

$$AIC = \log \hat{\sigma}_a^2(n) + 2(p+q) / N \quad (7)$$

其中 $\hat{\sigma}_a^2(n)$ 是拟合残差方差。在 p, q 的一定变化范围内,寻求使得 AIC 值最小的 p, q , 在具体运用准则时,需要给定阶数的最大范围。根据经验,一般情形下,可取阶数的上限为 $N/3, N/4$ 或 $\log N$ 等。本文取 $p=1, q=1$, 上限为 10, 经过仿真计算 AIC 值序列可得:

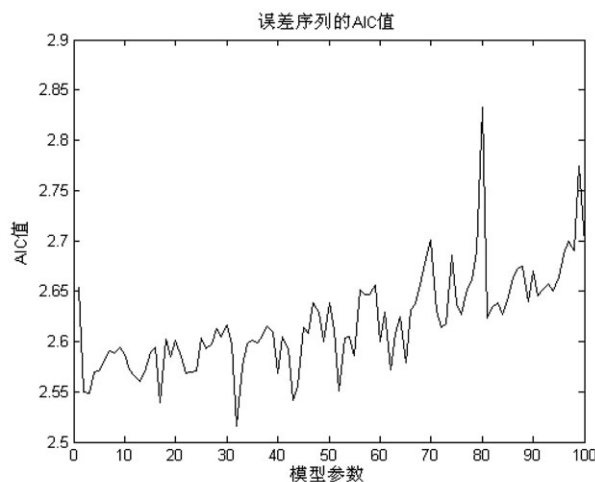


图5 误差序列的 AIC 值分布

从图5中可以看出,第32个点即当 $p=4, q=2$ 时的 AIC 值为最小,因此模型的阶数为 $p=4, q=2$ 。

2.3 参数估计

ARMA(p,q) 模型的参数估计方法一般采用矩估计法,但矩估计法计算量小,实现简单,但其精度不

高,在样本容量不足时一般只作初估计。最小二乘估计是模型参数的精估计,估计精度较高。因此本文采用最小二乘法估计模型参数。

首先对预处理后的 GPS 误差序列建立 AR 模型,经过计算可以得到 AR 模型的阶数估计 \hat{p} 和系数估计 $(\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_p)$,从而得出残差

$$\hat{\varepsilon}_t = x_t - \sum_{j=1}^p \hat{a}_j x_{t-j}, t = p+1, p+2, \dots, N \quad (8)$$

然后写出近似的 ARMA(p, q) 模型

$$x_t = \sum_{j=1}^p \hat{\varphi}_j x_{t-j} + \varepsilon_t + \sum_{j=1}^q \hat{\theta}_j \varepsilon_{t-j}, t = L+1, L+2, \dots, N \quad (9)$$

这里 $L = \max(\hat{p}, p, q)$, $\hat{\varphi}, \hat{\theta}$ 是待定参数。最后对函数 $f(\hat{\varphi}, \hat{\theta})$ 极小化便可得到模型的最小二乘估计。

$$f(\hat{\varphi}, \hat{\theta}) = \sum_{t=L+1}^N \left(x_t - \sum_{j=1}^p \varphi_j x_{t-j} - \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \right)^2 \quad (10)$$

$\hat{\sigma}^2$ 的最小二乘估计由式(11)计算可得:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-L} f(\hat{\varphi}, \hat{\theta}) \quad (11)$$

经过计算,可以得到模型的参数的估计

$$\hat{\varphi} = [0.0434 \quad 0.0331 \quad -0.0316 \quad -0.0258],$$

$$\hat{\theta} = [0.0087 \quad -0.0134].$$

由此,建立的模型为:

$$X_t - 0.0434X_{t-1} - 0.0331X_{t-2} + 0.0316X_{t-3} + 0.0258X_{t-4} = a_t - 0.0087a_{t-1} - 0.0134a_{t-2} \quad (12)$$

2.4 残差分析

建立完模型后,对模型进行检验是十分必要的。首先要检验模型的平稳性和合理性,对模型的残差进行检验。

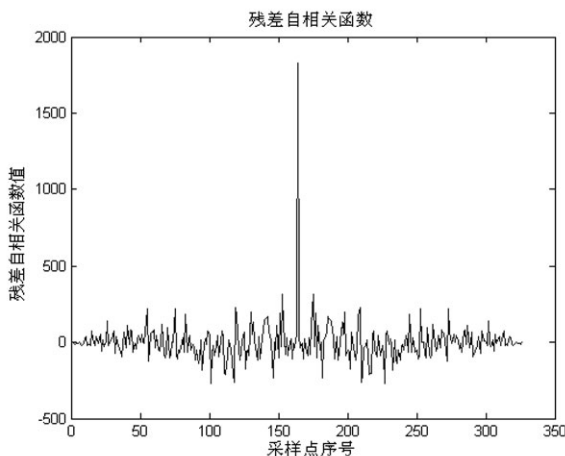


图6 模型残差自相关函数

由图6可以看出模型残差序列满足白噪声序列的要求,这说明模型与实际系统的拟合程度较高,模型符合要求。

3 系统预测

解决时间序列的预测问题是对时间序列进行统计分析的主要目的之一。本文在误差序列建模的基础上采用 Åström 最优预报器对误差进行一步预测。ARMA 过程的 Åström 预报器本质上是一种 Wiener 预报器,因为它具有以 ARMA 过程本身作为输入的传递函数表达式。Åström 预报器的计算是用解一种简单的 Diophantine 方程来实现的。它源于多项式综合除法。对于平稳可逆的 ARMA 过程 $A(q^{-1})x(t) = C(q^{-1})\varepsilon(q^{-1})$ 而言,超前 k 步的 Åström 最优预报器为 $\hat{x}(t+k|k) = \frac{G_k(q^{-1})}{C(q^{-1})}x(t)$,其中 $G_k(q^{-1})$ 由 Diophantine 方程决定。利用 MATLAB 语言对误差序列进行一步预报,结果如图7所示。

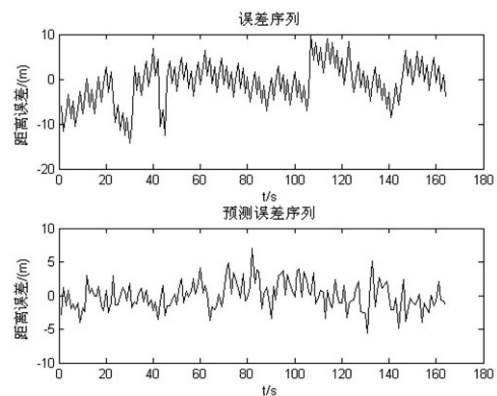


图7 预测误差序列

从图7中可以看出,预测所得的误差序列比实际序列更平稳更精确,对上述 GPS 动态误差模型的预测数据进行 Kalman 滤波,与原始误差序列对比如图8所示:

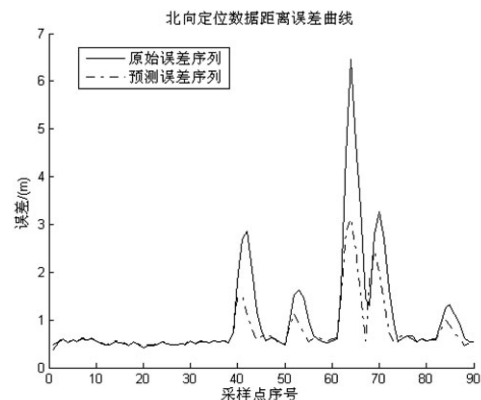


图8 北向定位距离误差序列

从图 8 可以看出,预测误差比原始误差大幅度减少,运用误差序列的预测值对误差序列进行修正,可以有效的提高定位精度。

4 结论

通过提高 GPS 定位系统的精度来提高海洋环境监测定位的准确性,本文在对时间序列分析法深入研究的基础上,通过对观测数据的预处理、模型定阶与参数估计,建立了误差序列的 ARMA(4,2) 模型,对模型的残差进行检验发现模型残差序列满足白噪声序列的要求,这说明模型与实际系统的拟合程度较高,模型符合要求。然后采用 Åström 最优预报器对误差序列进行一步预测,将所得预测值与原始序列对比可发现预测所得误差大幅减少,从而可以有效提高定位精度,仿真结果验证了本文方法的有效性。本文的研究对提高 GPS 接收机定位精度有一定的实用意义。

参考文献

- [1] Arnaud M, Flori A. Bias and precision of different sampling methods for GPS positions[J]. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. 1998, 64(6):597-600
- [2] Huang J, Tan H S. A Low-Order DGP-S Based Vehicle Positioning System under Urban Environment[J]. IEEE/ASME Trans on Mechatronics, 2006, 11(5):567-575
- [3] 曹力, 黄圣国. GPS 定位误差的时间序列分析建模研究[J]. 计算机工程与应用, 2005, 41(35):213-216
- [4] 杜鹏, 傅梦印, 张鸿业等. GPS 定位误差分析与建模[J]. 北京理工大学学报, 1998, 18(4):456-460
- [5] 张淑芳, 袁安存. 一种以自主方式提高 GPS 定位精度的方法[J]. 电子学报, 1999, 27(8):25-27
- [6] 刘娣, 薄煜明, 邹卫军. 基于时间序列的 GPS 误差建模及单点定位精度研究[J]. 兵工学报, 2009, 30(6):825-828
- [7] 徐琨, 贾昱曜, 闫茂德. 全球定位系统动态定位误差分析与建模[J]. 西安电子科技大学学报(自然科学版), 2008, 35(4):749-753
- [8] Lee Byoung-Sun, Lee Jeong-Sook, Ki-M Jae-Hoon, et al. Reconstruction of KOMPAST-1 GPS navigation solutions using GPS data generation and preprocessing program[J]. Acta Astronautica, 2004, 54(8):571-576
- [9] Ma Xiangling, Wang Jianguo, Fan Hong-da. Application of the aircraft fire control systems accuracy test based on ARMAX model[J]. Systems Engineering and Electronics, 2003, 25(8):1037-1038
- [10] Box G E P, Jenkins G M, Reinsel G C. Time Series Analysis: Forecasting and Control[M]. 3rd ed, Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1994

中科大量子调控研究团队创造系列“世界首次”

“他们使得中国科学技术大学因而也是整个中国,牢牢地在量子计算的世界地图上占据了一席之地。”英国《新科学家》杂志曾这样评价中国科大潘建伟教授领导的团队。

潘建伟的团队是中国科大量子调控领域四个主要团队之一。所谓量子调控,就是通过技术手段去操纵光子、原子、分子等微观粒子的状态和相互作用,利用量子规律认识和改造世界。十多年来,这四个科研团队在量子物理基础检验、量子通信、量子计算、量子模拟、表面单分子的量子调控等方面取得了一系列原始创新成果。